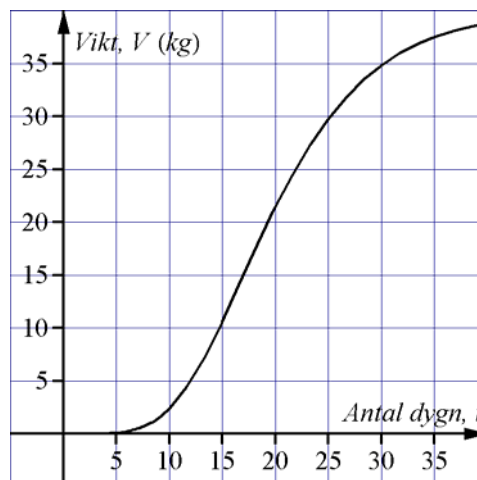


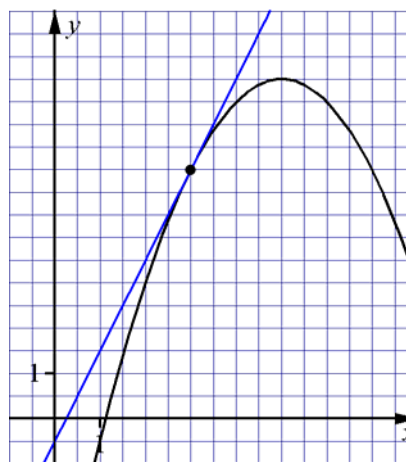
Diagnostiskt prov 1

- 1 Grafen visar tillväxten av en pumpa. Vikten V i kg är en funktion av tiden t i dygn.
- a Bestäm genom avläsning $V(20)$ och tolka resultatet. (1g)
- b Bestäm grafiskt $V'(20)$ och tolka resultatet. (1g)
- c Bestäm $\frac{V(20)}{20}$ och tolka resultatet. (1g)



- 2 Om man känner funktionsuttrycket till en funktion f kan man numeriskt bestämma derivatan för varje värde på x genom att beräkna ändringskvoten $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ för små värden på h .
Visa hur man med denna metod gör en ungefärlig bestämning av $f'(2)$ för $f(x) = x^4$. (2g)

- 3 En linje tangerar grafen till en funktion f i punkten $(3; 5,5)$.
Bestäm $f'(3)$. (1g)



- 4 När ett flygplan lyfter är höjden h i meter en funktion av tiden t i sekunder räknat från det ögonblick planet lämnar marken. För ett visst flygplan var $h'(20) = 15$. Förklara vad detta betyder. (2g)
- 5 Lisa har en nyöppnad affär där hon säljer T-shirts. Hon berättade för sin kompis Anna att hon varje vecka noterar hur många T-shirts hon sålt totalt sedan starten och att hon nu sålt totalt 10 000 T-shirts. – Det var väl bra, sa Anna, men hur är det med derivatan, är den positiv eller negativ? Vad kan Anna ha menat med sin fråga? (2g)

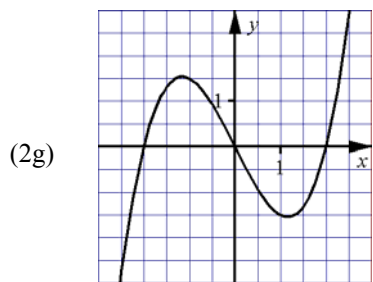
6 Utgå från derivatans definition och härled derivatan till funktionen $f(x) = 3x^2 - 7x$. (2g)

7 Använd deriveringsreglerna och bestäm $g'(0,25)$ för $g(x) = 16x^4 + 3x^2 - 1,75$. (2g)

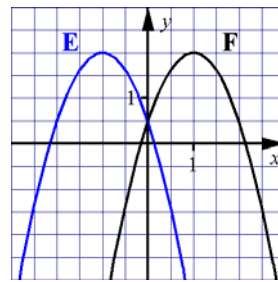
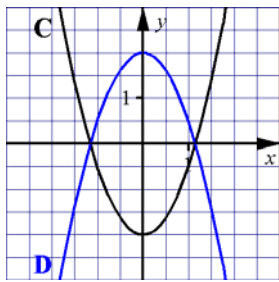
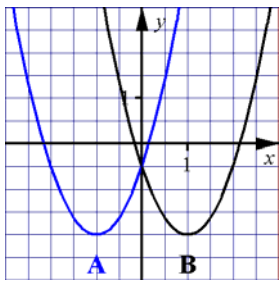
8 För vilken eller vilka av funktionerna gäller att $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{3} - \frac{1}{2}$?

A $y = \frac{x^2}{3} - \frac{x}{2}$ B $y = \frac{x^2 - 3x}{6}$ C $y = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} + \frac{2}{3}$ D $y = 1,5x^2 - 0,5x$ (1g)

9 Figuren visar grafen till funktionen $f(x)$. Alternativen A-F visar grafer till funktioner av vilka *en* är derivatan till $f(x)$, dvs. funktionen $f'(x)$. Vilken? Motivera ditt val.



(2g)



10 Bestäm $f'(x)$ om $f(x) = -3x^{-1}$ genom

a att använda deriveringsregel. (1g)

b härledning med hjälp av derivatans definition. (2v)

11 För en funktion $f(x)$, $0 \leq x \leq 8$, gäller att $f(0) = 1$ och att $1 \leq f'(x) \leq 2$ för alla x i definitionsmängden.

a Vilka slutsatser kan vi dra om värdemängden? (2v)

b Vilken funktion är f om f' antar alla värden i intervallet $1 \leq f'(x) \leq 2$ och vi dessutom vet att f är en andragradsfunktion? (3v)

Diagnostiskt prov 1 Facit

1a $V(20) \approx 22$ kg
Vikten är 22 kg vid tidpunkten 20 dygn.

b $V'(20) \approx 2$ kg/dygn (Ca 1,8 - 2,2)
Tillväxthastigheten är 2 kg per dygn vid tidpunkten 20 dygn.

c $\frac{V(20)}{20} \approx 1$ kg/dygn
Under de första 20 dygnen har tillväxten varit i genomsnitt 1 kg per dygn.

2 *Exempel på lösning:*

$$h = 0,01$$

$$\frac{f(2 + 0,01) - f(2)}{0,01} = \frac{2,01^4 - 2^4}{0,01} \approx$$

$$\approx 32,24$$

$$h = 0,001$$

$$\frac{f(2 + 0,001) - f(2)}{0,001} = \frac{2,001^4 - 2^4}{0,001} \approx$$

$$\approx 32,024$$

Alltså är $f'(2) \approx 32$

3 $f'(3) \approx 2$

4 Efter 20 s ökar höjden med 15 m per s.

5 *Exempel på svar:*

Anna ville veta om försäljningen per vecka ökar eller minskar.

$$\begin{aligned} 6 \quad & \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \\ & = \frac{3(x+h)^2 - 7(x+h) - (3x^2 - 7x)}{h} = \\ & = \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 7x - 7h - 3x^2 + 7x}{h} = \\ & = \frac{6xh - 7h + 3h^2}{h} = \frac{h(6x - 7 + 3h)}{h} = \\ & = 6x - 7 + 3h \end{aligned}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (6x - 7 + 3h) = 6x - 7$$

Alltså är $f'(x) = 6x - 7$

$$7 \quad g'(0,25) = 2,5$$

8 B och C

9 C

Exempel på motivering:

Funktionen f' ska ha nollställen där f har maximum och minimum.

Dessutom ska f' vara negativ i intervallet mellan maximi- och minimipunkterna. Grafen C är det enda av alternativen som har dessa egenskaper.

$$10a \quad f'(x) = \frac{3}{x^2}$$

$$\begin{aligned} b \quad & \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{-\frac{3}{(x+h)} + \frac{3}{x}}{h} = \\ & = \frac{-3x + 3x + 3h}{x(x+h) \cdot h} = \frac{3h}{x(x+h) \cdot h} = \\ & = \frac{3}{x(x+h)} \end{aligned}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3}{x(x+h)} = \frac{3}{x^2}$$

$$\text{Alltså är } f'(x) = \frac{3}{x^2}$$

11a Värdeområde: $1 \leq y \leq a$, där $9 \leq a \leq 17$

Ledning: Med det minsta värdet på derivatan, dvs. $f'(x) = 1$ i hela intervallet, blir $f(x) = x + 1$. Med det största värdet på derivatan, dvs. $f'(x) = 2$ i hela intervallet, blir $f(x) = 2x + 1$.

$$b \quad f(x) = \frac{x^2}{16} + x + 1$$

eller

$$f(x) = -\frac{x^2}{16} + 2x + 1$$