Diagnostiskt prov 1

1 Vilket eller vilka av uttrycken kan förenklas eller skrivas om till $\frac{a}{2}+\frac{2}{3}$?

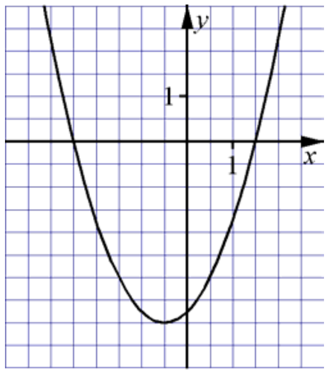
A $\left(\frac{a}{2}+\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{a}{2}+\frac{2}{3}\right)$ **B** $\frac{1}{6}(3a+4)$ **C** $\frac{3a+4}{6}$ **D** $\frac{a+2}{2+3}$ (1g)

2 Vilka tal är A och B om $(\mathrm{A}x+\mathrm{B})^2=0{,}01x^2+0{,}4x+4$ för alla värden på x? (1g)

3 En viss typ av andragradsekvation har alltid en lösning $x = 0$. Beskriv vad som karaktäriserar denna typ av andragradsekvation. (1g)

4 Lös ekvationen $3x\left(x-\frac{5}{3}\right)=4$. Svara exakt. (2g)

5 Figuren visar grafen till en andragradsfunktion f.



a Vilka nollställen har f? (1g)

b Vilka lösningar har ekvationen $f(x) = 0$? (1g)

6 Arean av en cirkel med radien x cm ges av funktionen $A(x)$. Skriv ett förenklat uttryck för $A(x + 0{,}1) - A(x)$ och förklara vad uttrycket betyder. (2g)

7 Bestäm samtliga lösningar till ekvationen $3p^3 - 147p = 0$ (2g)

8 Vi söker en andragradsekvation som har rötterna $x_1 = -3{,}79$ och $x_2 = 8{,}13$. Vilken eller vilka av ekvationerna stämmer in på den sökta ekvationen? Uppgiften ska lösas utan hjälp av räknare.

A $(x-8{,}13)(x+3{,}79)=0$ **B** $(x+8{,}13)(x-3{,}79)=0$ **C** $3(x-8{,}13)(x+3{,}79)=0$

D $(x-8{,}13)=(x+3{,}79)$ **E** $(x-8{,}13)(x+3{,}79)=3$ **F** $(x-8{,}13)(x-3{,}79)=0$

(1g)

9 Använd din grafritare och undersök om ekvationen $t^3 - 12t - 12 = 0$ har någon lösning för $0 \le t \le 10$. Bestäm i så fall denna och svara med två decimaler. (2g)

10 Använd din grafritare och rita graferna till funktionerna $y = x^2 + 6x + 9$ och $y = x^2 - 4x + 4$. Jämför grafernas form. Vilken iakttagelse gör du? Förklara! (3g)

11 I en nybyggd semesteranläggning registrerade man antalet gästnätter under de fem första åren.

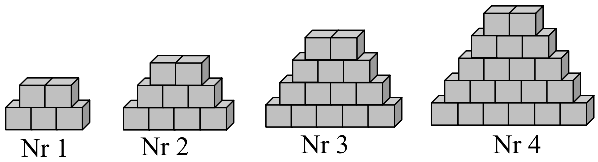
År	1	2	3	4	5
Antal gästnätter	**12 102**	**13 094**	**14 981**	**18 011**	**21 567**

a Gör en prognos för antalet gästnätter det sjätte året genom att anpassa antalet gästnätter som funktion av tiden till en andragradsfunktion. (2g)

b Gör en prognos för antalet gästnätter det sjätte året genom att anpassa antalet gästnätter som funktion av tiden till en tredjegradsfunktion. (2g)

c Gör även en anpassning till en linjär modell och jämför med resultaten från uppgift a och b. Går det att avgöra vilken modell som är bäst? Motivera ditt svar. (2v)

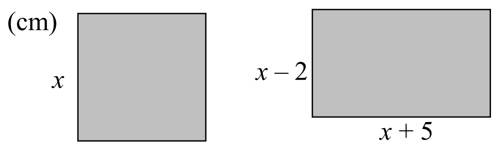
12 Ett mönster byggs upp av kuber. Antalet kuber A är en funktion av andra graden av figurens nummer n.



a Hur många kuber finns det i figur nr 99? (2g)

b Vilket nummer har den största figur man kan bygga med 1 000 kuber? (2v)

13 Figuren visar en viss typ av rektangel och kvadrat. Rektangelns bredd är 2 cm mindre än sidan i kvadraten och längden är 5 cm större än sidan i kvadraten.



a Skriv den sammanlagda arean A i cm^2 av de två figurerna som en funktion av kvadratens sida x i cm. Vilken grad har denna polynomfunktion? (2g)

b Vilka mått har sidorna om den sammanlagda arean är 692 cm^2? (2g)

c Jämför arean av kvadraten och rektangeln. Vilken är störst? Utred på vilket sätt detta är beroende av värdet på x. (2v)

14 Volymen av en cylinder kan skrivas $V = \pi r^2 h$, där r = basytans radie och h = cylinderns höjd.

a Vad karaktäriserar de speciella typer av cylindrar där volymen kan beräknas med formeln $V = 4\pi h^3$, där h = cylinderns höjd? (2g)

b Vad karaktäriserar de speciella typer av cylindrar där volymen kan beräknas med formeln $V = \pi(h^3 - 20h^2 + 100h)$, där V = volymen i cm^3 och h = höjden i cm? (2v)

Diagnostiskt prov 1 Facit

1 B och C

2 A = 0,1 och B = 2

3 *Exempel på svar:*
Ekvationen saknar konstantterm. Efter eventuell förenkling finns endast en x^2-term och en x-term.

4 $x_1 = \frac{5}{6} + \frac{\sqrt{73}}{6}$ och $x_2 = \frac{5}{6} - \frac{\sqrt{73}}{6}$

5a $x_1 = 1{,}5$ och $x_2 = –2{,}5$

b $x_1 = 1{,}5$ och $x_2 = –2{,}5$

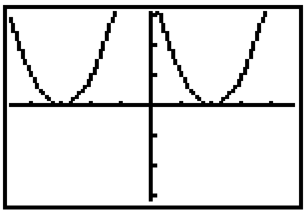
6 $0{,}2\pi x + 0{,}01\pi$
Uttrycket ger ökningen av arean om radien är x cm och ökar 0,1 cm.

7 $p_1 = 0$, $p_2 = 7$ och $p_3 = –7$

8 A och C

9 $t \approx 3{,}88$

10



[–4.7, 4.7] x [–3.1, 3.1]
Exempel på svar:
Graferna har samma form. De är förskjutna 5 steg i x-led i förhållande till varandra. Funktionerna kan skrivas $y = (x + 3)^2$ respektive $y = (x – 2)^2$. I förhållande till $y = x^2$ är $y = (x + 3)^2$ förskjuten 3 steg åt vänster i x-led. I förhållande till $y = x^2$ är $y = (x – 2)^2$ förskjuten 2 steg åt höger i x-led.

11a Ca 26 200 gästnätter
(26 241 gästnätter)

b Ca 25 700 gästnätter
(25 724 gästnätter)

c Den linjära modellen ger ca 23 100 gästnätter (23 105 gästnätter). Det går inte att avgöra vilken modell som är bäst.
Exempel på motivering:
Andra- och tredjegradsfunktionerna ger bättre anpassning till värdena än den linjära funktionen, men alla modellerna är osäkra eftersom det finns många okända faktorer som kan påverka utvecklingen.

12a 5 150
Ledning:
$A(n) = 0{,}5n^2 + 2{,}5n + 2$, där
n = figurens nummer.

b Nr 42
Ledning:
Nr 42 kräver 989 kuber, nr 43 kräver 1 034 kuber.

13a $A(x) = 2x^2 + 3x – 10$
$A(x)$ har grad två.

b Kvadratens sida är 18 cm och rektangelns sidor är 16 cm och 23 cm.

c Rektangeln har störst area om $x > \frac{10}{3}$.
Kvadraten har störst area om
$2 < x < \frac{10}{3}$
Definitionsmängden är $x > 2$.

14a Radien är lika med dubbla höjden, dvs. $r = 2h$.

b Det finns två lösningar:
Radien och höjden är tillsammans 10 cm, dvs. $r = 10 – h$
eller
Radien är 10 cm mindre än höjden, dvs. $r = h – 10$
Ledning:
Faktorisering ger $V = \pi \cdot (10 – h)^2 \cdot h$
eller $V = \pi \cdot (h – 10)^2 \cdot h$